2.

ELEMENTA HYDRODYNAMICÆ

NEC NON

DE LUCE, ET COLORIBUS THEORIA

Quibus accedunt Propoſitiones Univerſam Doctrinam

SECTIONUM CONICARUM

COMPLECTENTES

Quæ in Neapolitano Nobilium Collegio publice demonſtrabunt

D. CAROLUS UNGARO Academiæ Princeps
D. JOHAN. FRANC. MARCHIO SANCHEZ DE LUNA e Ducibus S. Elpidii Academiæ Cancellarius
D. NICOLAUS PERSONE' Procancellarius
D. CAROLUS GUEVARA Acad. Scient., & human. liter.
D. BERARDINUS PALMERIUS Eques Hieroſol. Acad. Scient., & human. liter.
D. JOHAN. BAPT. PEDICINI e Marchionibus Corſani Acad. Scient.

PRÆCEPTORE N. N. SOCIET. JESU.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

NEAPOLI CIↃIↃCCLXIII.
SUPERIORUM FACULTATE.

Digitized by Google

Cuivis integrum erit ex poſitis propoſitionibus præfatos Adoleſcentes ingenii, ac ſtudii ſpecimen daturos interrogare.

Digitized by Google

EX HYDRODYNAMICA.

I. HYDRODYNAMICA Scientia eſt Fluidorum, quorum duplex eſt Theoria, altera dicta HYDROSTATICA, in qua de liquorum Stagnantium preſſione, & æquilibrio agitur: altera vero HYDRAULICA, quæ in Fluidorum motu verſatur.

II. Aqua ex minimis Elementis unum Corpus efficientibus componitur. Ea minima aquea ponimus *gravia*, quia corpora ſunt: *homogenea*, quia Elementa ſunt Corporis ſimplicis, proindeque ejusdem ſubſtantiæ, texturæ, atque perimetri: *Fluida*, quia Cohærentiam natura ſua habent ita minimam, ut cuivis impreſſioni illico cedant, cedendoque facile inter ſe diducantur.

III. Theoremata de Fluidorum Gravitate, cujus omnia Symptomata in Formula generali analytica $G = \frac{A}{V}$ ſunt expreſſa, demonſtrantur.

DE PRESSIONE FLUIDORUM.

IIII. Preſſio Fluidi in vaſe poſiti eſt quoquoverſus, quia ab eadem oritur gravitate: & quidem æqualis ob reactionem actioni æqualem. Ex quo deducitur immane quantum ſe decipere Peripateticos, putantes *Elementa in locis propriis non gravitare*.

V. Preſſiones exercitæ a Fluidis adverſus Fundos

 dos

Digitized by Google

dos vaſorum, cujuſvis ſint figuræ, ſunt ſemper proportionales baſibus in altitudines ductis, & Fluidorum prementium ſpecificis gravitatibus.

VI. Quare ſi Fluida fuerint homogenea; preſſiones eorundem in vaſis perpendicularibus æquales baſes habentibus erunt in ratione directa altitudinum: ſi altitudines Fluidorum fuerint æquales; erunt in ratione directa baſium: ſi denique inæquales fuerint, quum altitudines, tum baſes; preſſiones erunt in ratione compoſita baſium, & altitudinum, ſive ut baſes in altitudines ductæ.

VII. Quod ſi fluida fuerint heterogenea; preſſiones eorundem in vaſis perpendicularibus æquales baſes, & altitudines habentibus erunt directe, ut ſpecificæ Fluidorum prementium gravitates. Si vero baſes fuerint reciproce proportionales ſpecificis eorum gravitatibus; preſſiones erunt in ratione directa altitudinum: vel contra, ſi altitudines fuerint ſpecificis eorum gravitatibus reciproce proportionales; preſſiones erunt in ratione directa baſium: ſi demum baſes, & altitudines fuerint utcumque inæquales; preſſiones erunt in ratione compoſita ex directa baſium, altitudinum, & gravitatum Fluidorum prementium ſpecificarum.

VIII. Fundus vaſis difformis, ſive divergentis, ſeu convergentis eadem vi premitur a Fluido ſupereminente, ac ſi eſſet fundus vaſis uniformis; proindeque quantitas preſſionis in vaſis æquales Fundos habentibus ab altitudine dumtaxat Fluidi, non a vaſis capacitate eſt repetenda.

VIIII. Porro fundus vaſis inclinati, & fundus vaſis perpendicularis æqualiter premuntur, modo æqualis

erit

Digitized by Google

erit baſis & altitudo utriuſque. Quare quæcumque fuerit vaſis figura, quæcumque vaſis poſitio; preſſio Fluidi contra fundum ſemper erit in ratione compoſita baſis & altitudinis.

DE FLUIDORUM ÆQUILIBRIO.

X. Fluidum homogeneum in uno tubo æquiponderat fluido in altero communicante, ſi eadem fuerit in utroque tubo fluidi homogenei perpendicularis altitudo. Fluida vero heterogenea æquiponderant, ſi eorum altitudines fuerint *reciproce*, ut ſpecificæ eorundem gravitates. Quare fluida, quæ ſeſe ad libellam componunt in tubis communicantibus, erunt ejuſdem gravitatis ſpecificæ, & denſitatis: diverſæ vero, quæ diverſam obtinent altitudinem.

XI. Hinc deducitur I. ratio, cur aquæ fontium ad eam altitudinem ſponte ſua aſcendant detractis impedimentis, quanta ea eſt, ex qua deſcendunt. Deducitur ſecundo methodus accurate definiendi gravitates ſpecificas, & denſitates fluidorum quorumcunque ex cognita ratione altitudinum, ad quas fluida heterogenea æquilibrata ſubſiſtunt.

DE IMMERSIONE SOLIDORUM IN FLUIDA

XII. Solidum in fluidum ejuſdem cum illo gravitatis ſpecificæ libere demiſſum, totum demergitur, totumque ſuum pondus in illo deperdit, & ubicunque poſitum quieſcit.

XIII.

Digitized by Google

XIII. Solidum in fluidum ſpecifice levius libere demiſſum, totum demergitur, tantumque ſui ponderis in illo amittit, quantum eſt pondus fluidi ſub eodem volumine. Ex quo prono alveo fluit, Gravitatem ſpecificam fluidi eſſe ad gravitatem ſpecificam ſolidi demerſi, ut pars ponderis a ſolido amiſſa in ipſo fluido eſt ad integrum ipſius ſolidi pondus. Unde gravitates ſpecificæ ſolidorum, pondere æqualium, ſunt *reciproce*, ut partes ponderis in eodem fluido amiſſæ.

XIIII. Solidum ſpecifice levius in fluidum ſpecifice gravius libere demiſſum partim innatat, partim demergitur: totum ſuum pondus amittit; & moles fluidi excluſa a parte ſolidi immerſa ponderat, ut totum ſolidum. Ex quo deducitur, Gravitatem ſpecificam Solidi eſſe ad gravitatem ſpecificam fluidi, in quo mergitur, ut volumen partis immerſæ ad volumen integrum. Quare gravitates ſpecificæ ſolidorum æqualium ſunt, ut partes eorundem in eodem fluido demerſæ.

XV. Hinc habetur ſolutio duplicis problematis apprime utilis, & ſcitu jucundi, quorum primum eſt: *Invenire gravitatem ſpecificam fluidorum quorumcunque*. Secundum: *Invenire gravitatem ſpecificam diverſorum ſolidorum*: cujus beneficio Archimedem detexiſſe furtum ab Aurifice patratum in conflanda corona aurea Hieroni Syracuſarum Regi, a quo acceperat certam auri molem, quamplures adfirmant. Verum quia examen hoc hydroſtaticum errori obnoxium eſſe poterit; ideo cum Cl. s'Graveſando dubitandum cenſeo, an artificium hoc adhibuerit Archimedes.

DE

XVI. Quoniam aqua naturali ductu ſupra ſuam ſcatebram nefas eſt aſcendere; hinc traditur *Ars libellandi* qua dignoſcatur, num locus *a quo* aqua eſt derivanda altior ſit, an humilior loco *ad quem* eſt transferenda, ut per canalem, vel per tubos declives epiſtomiis munitos ex uno loco in alterum deducatur. Varia hinc libellarum genera, modique eas rectificandi deſcribuntur: variæque cautiones in deducendis aquis ſanciuntur.

XVII. Velocitates, quibus aqua, ceteraque fluida ex tubis conſtanter plenis, vel vaſorum foraminibus erumpunt, ſunt in ratione ſubduplicata, ſive ut radices quadratæ altitudinum. Hinc habetur ſolutio problematis: *Determinare altitudinem aquæ tribuendam, ut velocitatem datam acquirat.*

XVIII. Si duo tubi fuerint conſtanter pleni; habuerintque altitudines æquales & æqualia lumina; æquales aquæ quantitates æquali tempore effundent. Si vero altitudines fuerint inæquales, & inæqualia itidem lumina; quantitates aquarum eodem tempore effluentium erunt in ratione compoſita ex ſimplici directa luminum, & ſubduplicata altitudinum, hoc eſt ut lumina ducta in radices quadratas altitudinum.

XVIIII. Hinc habetur ſolutio duplicis ſequentis problematis: *Datis altitudinibus tuborum, qui ſint conſtanter pleni, & æqualia habeant lumina, & data quantitate aquæ ex uno tubo effuſa; invenire quantitatem aquæ æquali tempore ex altero fluxuram:*

Al-

Digitized by Google

Alterum eſt: *Datis quantitatibus aquarum ex duobus tubis profluentibus, & data unius tubi altitudine; invenire altitudinem alterius.*

XX. Quantitates aquarum in depletione vaſis ſive cylindrici, ſive priſmatici æqualibus temporibus effluentium decreſcunt ſecundum numeros impares naturales decreſcentes 7, 5, 3, 1, $\frac{1}{3}$ &c.. Hinc aqua eodem motu in vaſis depletione deſcendit, quo ad æqualem altitudinem vi aliqua impreſſa aſcendit.

DE MOTU FLUIDORUM VI AERIS CONTIGUI PRODUCTO.

XXI. Aqua, quæ vi aëris compreſſi expellitur; ad eam aſcendit altitudinem, atque ea celeritate erumpit, quam acquireret cadendo ab ea altitudine, ad quam conſtituta aqua æquilibrium ſervat cum exceſſu elateris aëris compreſſi ſupra elaterem aëris primitivi, ſive aëris ad orificium tubi reſiſtentis[l]. Hinc patet ratio, cur aqua ex fonte Heronis aſcendit ad altitudinem altitudini orificii æqualem.

XXII. Theoria diabetis, ſiphonis interrupti, Wittembergenſis aliarumque ſpecierum traditur: nec non varia inſtrumentorum ſupellex eximii uſus pro vitæ civilis commodo, atque voluptate recenſetur.

XXIII. Velocitates aquarum per diverſos ſiphones erumpentium ſunt ut radices quadratæ profunditatum orificiorum, per quæ effluunt, infra libellam aquarum, quibus crura minora ſiphonum ſunt immerſa.

Digitized by Google

DE MOTU AQUARUM PER MACHINAS PRODUCTO.

XXIIII. Variæ ſunt ſpecies machinarum ad aquas elevandas natæ, quas inter præcipuæ adnumerantur. *Antlia Cteſibiana* ſive *ſugens*, ſive *premens*, *Situlæ catenis colligatæ*, *Rota ſitulis inſtructa*, *Cochlea Archimedis*, *Hydraconſtiterium* ad incendia reſtinguenda, *Vaſa Concordiæ &c.* Ars, quæ in his conſtruendis, aptandiſque verſatur, dicitur Hydrotechnia, qua voluptati, qua privatis, publiciſve uſibus maxime accommodata. Jucunda deſcribuntur ſpectacula a machinis hydraulicis exhibita in fontibus ſalientibus; quibus ſuperbiunt Principum Viridaria.

XXV. Aqua proſiliens per lumen verticaliter poſitum ad eam aſcendit altitudinem, ad quam libella aquæ conſiſtit. Longitudines vero aquarum proſilientium per lumina horizontalia ſunt, ut radices quadratæ altitudinum, ex quibus deſcendunt. Quia tamen plura ſubeſſe ſolent impedimenta, quæ jactum quum verticalem, tum horizontalem minuunt, ad hæc declinanda remedia præſcribuntur.

DE FLUMINUM CURSU.

XXVI. Peccant contra leges hydroſtaticæ, qui fluvios, ac fontes immediate ex mari per ſubterraneos meatus terram penetrante, atque inde per apertum aditum erumpente deducunt. Sed adæquata, & immediata fontium origo eſt atmoſphæricus

humor, ſive hic ſit reſolutus in pluvias, ſive rarefactus in vapores, ſive formam modo nivis, modo roris, modo referat pruinæ.

XXVII. Curſus fluminis libere fluentis in alveo declivi eo celerior erit, quo declivior eſt fundus alvei: in horizontali vero, quo profundior eſt altitudo aquæ in alveo horizontali.

XXVIII. Per ſectiones æquales, & æqualiter veloces, æquales aquarum quantitates eodem tempore fluunt. Per ſectiones vero æquales, ſed inæqualiter veloces, quantitates aquarum eodem tempore fluentium ſunt, ut Velocitates mediæ. Per ſectiones demum inæquales, & inæqualiter veloces, quantitates ſunt in ratione compoſita ſectionum, & velocitatum mediarum.

XXVIIII. Si fluvius fuerit in ſtatu manente, per ſectiones utcunque inæquales eadem aquæ quantitas eodem tempore fluit. Si vero fluvius intumeſcat; aqua fluens per quamlibet ſectionem dato quodam tempore eſt ad aquam, quæ ante intumeſcentiam ibidem fluxerat, in ratione compoſita ſectionis, ac celeritatis mediæ auctæ, ad ſectionem & celeritatem mediam priſtinam.

XXX. Sublimitates Parabolarum, quæ, mutata directione perpendiculari in horizontalem, ab aqua libere fluente deſcribuntur, altitudines aquæ fluentis definiunt: ſemiordinatæ celeritates ſingulas determinant: ſpatium vero parabolicum exponit complexum omnium celeritatum ſectionis.

XXXI. Aqua per canalem declivem fluens non acceleratur ob preſſionem, quam inferior ſuſtinet a ſuperiori.

DE

DE LUCE, ET COLORIBUS.

I. Lucem, ſive primitiva ea ſit, ſive derivativa, non eſſe *Accidens* abſolutum in ſenſu ſcholaſtico, ſed verum corpus, veramque ſubſtantiam, etſi mirum in modum ſubtiliſſimam cum Recentioribus adfirmamus propter ſoliditatem, ſeu impenetrabilitatem, quam habere evidenter deducitur ab ejus præcipuis proprietatibus.

II. De luminis propagatione aſſerimus 1, quod ſit *rectilinea*: 2, quod ſit *ſucceſſiva*, in quo peccarunt Veteres philoſophi momentaneam eſſe aſſerentes: 3, quod mirum quantum ſit *velociſſima*, adeo ut ſingulis ſecundis horariis, ſive ſingulis arteriæ pulſibus percurrat pluſquam 180. milliariorum millia, quod manifeſto liquet ab Obſervationibus Aſtronomicis. Judicamus tamen contra Wolphium, & de la Caille, alioſque quamplures, experimenta omnia hac ſuper re ſuadere vix tantum poſſe, (ſi modo poſſunt) nequaquam demonſtrare luminis iter rectilineum eſſe.

III. Vis, & intenſitas luminis propagati per radios parallelos in medio non reſiſtente non minuitur: propagati vero per radios divergentes decreſcit in *ratione reciproca duplicata* diſtantiarum a puncto radiante: per radios convergentes creſcit in *ratione* itidem *reciproca duplicata* diſtantiarum a puncto concurſus.

IIII. Quamvis vis luminis per radios divergentes propagati ea proportione decreſcat, qua creſcunt quadrata diſtantiarum a puncto radiante; ſplendor tamen corporis lucidi in medio perfecte libero

Digitized by Google

manet conſtans ad quamcumque diſtantiam.

V. Lumen per medium diaphanum æqualis ubique denſitatis quomodocumque propagatum in progreſſione Geometrica decreſcit.

VI. In medio diaphano ejuſdem denſitatis intenſitas luminis divergentis a puncto radiante intra hoc medium decreſcit in hac ſerie $\frac{n-1}{n}$, $\frac{(n-1)^2}{4n^2}$, $\frac{(n-1)^3}{9n^3}$, $\frac{(n-1)^4}{16n^4}$ &c., in qua n definit quantitatem radiorum ad ſingula intervalla æqualia a puncto radiante per medii denſitatem interceptorum.

VII. Etſi noſtræ inſtitutionis non ſit litem inter phyſicos componere; an ſcilicet lux conſiſtat in vero, & continuo effluvio particularum propemodum infinite parvarum, quæ ingenti vi a corpore luminoſo emittuntur, ac veluti vibrantur, ut docent Newtoniani; an vero efficiatur motu undulatorio, aut Oſcillatorio materiæ elaſticæ per hoc univerſum ubique diffuſæ, ut Carteſianis omnibus ſolemne eſt; putamus tamen per unam ſubtilitatem, & velocitatem particularum luminis objectiones omnes facili negotio a Newtonianis declinari.

DE COLORIBUS.

VIII. Septem ſunt ſpecies diverſæ radiorum elementarium, *rubri* ſcilicet, *aurantii*, *flavi*, *viridis*, *cærulei*, *indici*, *violacei*, e quorum mixtione, & diverſa combinatione colores medii derivantur. Septem hi radii primigenii diverſas in oculis

exci-

Digitized by Google

excitant ſenſationes, juxta diverſam molem, & figuram atomorum, ſive corpuſculorum, quibus ſinguli conſtant; Diverſitas vero ſenſationum in organo viſus trahit diverſitatem *colorum* in mente: ſicuti diverſitas pulſationum in acuſticis aurium nervulis diverſos ſonos inducit.

VIIII. Expoſitis digniorum philoſophorum, Carteſii nempe, Gaſſendi, & Rizzetti de colorum origine theoriis; Cl. Newtoni omnium probatiſſima ab experimentis demonſtratur.

X. Newtoniana iſthæc hypotheſis quatuor potiſſimum complectitur principia: 1. quemlibet ſcilicet puræ lucis radium ex ſeptem aliis elementaribus radiolis conſtare. 2. Ejuſmodi elementares radiolos ſemel a reliquis ſeparatos colorem proprium non amplius mutare, utcumque ope priſmatis refringantur, vel reflectantur. 3. Radiolos, qui colore differunt; refrangibilitate quoque, & reflexibilitate inter ſe differre: 4. Summam analogiam haberi inter refrangibilitatem radiorum, & reflexibilitatem eorundem, adeo ut quam proportionem habent in refractione, eandem ſervant in reflexione.

XI. Per hæc principia a perpetuis experimentis deducta demonſtratur, colores omnes exiſtere in radiis lucis, non in corporibus, quæ a luce, & propter lucem diverſos habent colores.

XII. Huic Newtonianæ hypotheſi non obſtat, neque principium Catoptricum, *angulum* ſcilicet *incidentiæ angulo reflexionis æquari*: neque principium dioptricum, *ſinum anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti eſſe in ratione conſtante*, ut immerito quidam phyſicorum cenſent.

Digitized by Google

XIII. Septem colores primigenii lucis proportionem habent cum ſeptem notis muſicis contentis in conſonantia, quæ dicitur *Diapaſon*, ſeu *octava*: quæque notiſſimis ſillabis *UT*, *RE*, *MI*, *FA*, *SOL*, *LA*, *SI* ſolent inſigniri: hoc eſt ut ſunt intervalla horum numerorum $1, \frac{8}{9}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{9}{16}, \frac{1}{2}$, in quos partiri debet chorda, ut edat tonos in octava contentos.

SECTIONUM CONICARUM
E L E M E N T A.

PRopoſitio I. Apolloniana geneſis coni, quæ efficitur ex circumductu lineæ, a puncto in ſublimi poſito, in infinitum protenſæ circa perimetrum circularem, in plano diverſo ab eodem puncto conſtitutam, utpote multo univerſalior, eſt Euclidææ præferenda.

Propoſitio II. In quolibet cono ſive recto, ſive ſcaleno quævis Sectio baſi parallela erit circulus, cujus centrum in ipſo occurſu axis cum eadem Sectione.

Corollarium. Hinc deducitur coni axem tranſire per centra circulorum omnium, qui baſi coni ſunt paralleli, & conum ſecant.

Lemma. Si in figura curvilinea perpendiculares ductæ ad aliquam rectam ab eadem figura terminatam ita eam dividant, ut quadrata perpendicularium æqualia ſint rectangulis ſegmentorum; hæc figura erit circulus.

Propoſitio III. In cono ſcaleno alia quoque ſectio baſi non parallela, quæ dicitur ſubcontraria, eſt circulus.

Propoſitio IIII. Omnis linea parallela rectæ perpendiculari ad baſim trianguli per axem, occurrit ejus plano, ab eoque bifariam dividitur.

Propoſitio V. Si conus ſecetur per axem triangulo, & ſecetur inſuper alio plano, cujus communis ſectio cum baſe coni perpendicularis ſit ad baſim trian-

Digitized by Google

trianguli; dico, rectam a vertice hujus ſecundi plani ſecantis biſariam dividere lineas omnes, quæ in hoc ſecundo plano ducuntur parallelæ eidem perpendiculari; in cono quidem recto biſariam, & perpendiculariter, in cono ſcaleno biſariam, ſed non ſemper perpendiculariter.

Propoſitio VI. In parabola quadrata ordinatarum ſunt interceptis diametris, ſeu abſciſſis proportionalia.

Propoſitio VII. In Ellipſi quadrata ordinatarum ſunt proportionalia rectangulis, quæ ſub correſpondentibus diametri portionibus ab utroque vertice ſumptis continentur.

Propoſitio VIII. In Hyperbola quadrata ordinatarum ſunt proportionalia rectangulis, quæ ſub earum abſciſſis reſpective, et iiſdem abſciſſis, auctis productione axis continentur.

DE PARABOLA.

De axe parabolæ.

Propoſitio I. In parabola ſi habeatur tertia proportionalis cuicumque ſagittæ, & ordinatæ ad axem, etiam reliquæ omnes ordinatæ, erunt mediæ proportionales inter ſuas ſagittas, & eandem conſtantem rectam; hoc eſt quadrata ordinatarum æqualia erunt rectangulis comprehenſis ſub ſagittis, & eadem conſtanti linea, quæ proinde erit parameter axis.

Ex

Digitized by Google

Ex hoc Theoremate plura deducuntur corollaria.

I. Quum in omni parabola axis interceptus, ordinata, & parameter ſint continue proportionalia; hinc datis eorum duobus quibuſvis, etiam reliquum magnitudine datur.

II. Ordinatim applicatæ, pro ut longius a vertice applicantur, ſemper augentur.

III. Omnis linea parallela axi, in uno tantum puncto parabolam ſecat.

IIII. Hinc litteralis expreſſio, & æquatio $yy-px$ perfecte, & conſtanter exprimit naturam parabolæ relate ad axem.

V. Si a quovis puncto axis ducatur recta reliquis ordinatis parallela, hæc occurret parabolæ in duobus punctis, utrinque æque diſſitis, ab eodem axis puncto.

VI. Si per axis originem ducatur recta ordinatis parallela; hæc erit tangens: & viciſſim.

VII. Omnes perpendiculares ad axem utrinque terminatæ a parabola bifariam ſecantur.

Propoſitio II. Linea abſcindens in axe producto ſegmentum ~~ſagittæ æquale tangit~~ parabolam.

Propoſitio III. Et reciproce, tangens parabolam abſcindit in axe producto ſegmentum ſagittæ æquale.

De diametris parabolæ.

Diametrorum cum axe proprietates communes ſanciuntur.

Propoſitio IIII. Si a quolibet puncto ſumpto in perimetro parabolæ ducatur parallela axi, ideſt dia-

Digitized by Google

meter, quæ producta occurrat tangenti ductæ a vertice ejuſdem axis, & rurſum ab eodem puncto ducatur altera tangens, quæ occurrat axi producto; dico, triangulum a duabus tangentibus, & axe comprehenſum æquari triangulo facto ab iiſdem tangentibus, & diametro.

Propoſitio V. Datis diametro, ejus tangente, & ordinatis; quadrata ordinatarum diametro ſunt inter ſe, uti abſciſſæ.

Corollaria I. Hinc recta quælibet axi parallela, quam vocavimus diametrum, eaſdem ſibi vindicat affectiones, quæ axi conveniunt.

II. Hinc etiam omnia, quæ ex proprietate ordinatarum reſpectu axis deducta ſunt Theoremata, & Corollaria, traduci eadem poſſunt ad quamlibet diametrum.

Propoſitio VI. A dato puncto in parabolæ perimetro, vel in ipſa diametro ad datam diametrum ponere ordinatim applicatam. Similiter datam lineam ad datam in parabola diametrum ordinatim ponere.

Corollarium. Hinc per datum in parabolæ perimetro punctum ducitur tangens.

Propoſitio VII. Omnium ordinatim applicatarum ad duas diametros, quarum altera eſt axis, illa ordinata minor eſt, quæ ad axem applicatur; modo ſagittæ æquales fuerint.

Propoſitio VIII. Si duas parallelas in parabola jungant duæ rectæ, quas ſecet altera parallela; dico, hujus ſegmenta a curva parabolica, & junctis lineis comprehenſa fore æqualia.

De

De Parametro, ſeu latere recto parabolæ.

Propoſitio VIIII. Latus rectum invenire datæ in data parabola diametro conveniens.

Propoſitio X. Latus rectum axis minimum eſt laterum rectorum, quæ ad reliquas diametros ſpectant.

Propoſitio XI. Si in data parabola ſagitta ſit æqualis lateri recto; etiam ejus ordinata æquabitur ſagittæ: & viciſſim.

Propoſitio XII. Si ex vertice diametri cujusvis agatur parallela ordinatis, ac proinde tangens parabolam, tum ducatur linea dividens bifariam angulum a tangente & diametro comprehenſum, occurrenſque parabolæ in puncto, ex quo ordinata ad diametrum ponatur; dico, abſciſſam æquari lateri recto.

Lemma I. Si tangenti diametri a vertice axis ducatur parallela, quæ occurrat eidem diametro, & a puncto contactus applicetur ordinata ad axem; dico duas ſagittas axis, & diametri eſſe inter ſe æquales.

Lemma II. Si ex axis vertice ducatur quævis ſubtenſa occurrens parabolæ in puncto, ex quo agatur ordinata ad eundem axem; dico quadratum ſubtenſæ æquari rectangulo, quod fit ex axis abſciſſa in ſummam ejuſdem abſciſſæ, & parametri.

Propoſitio XIII. In omni parabola cujuſcumque diametri parameter ſuperat parametrum axis quadrupla portione intercepta ab axis vertice, & ordinatim applicata ab aſſumptæ diametri vertice.

Corollaria I. Hinc rurſum oſtenditur omnium pa-

Digitized by Google

rabolæ parametrorum, minimam eſſe illam, quæ refertur ad axem.

II. Aliarum parametrorum illa ſemper minor eſt, quæ refertur ad diametrum axi propinquiorem.

III. Parametri earum diametrorum, quæ æqualiter hinc inde diſtant ab axe, ſunt æquales.

Propoſitio XIIII. Differentia parametrorum, quæ ad duas quaſvis diametros referuntur, æquatur portioni, quam ex diametro axi propinquiore aufert perpendicularis ad eam ducta ex vertice alterius remotioris.

Propoſitio XV. Exceſſus, quibus parametri diametrorum ſuperant parametrum axis, ſunt inter ſe, ut quadrata rectarum, quibus diametri diſtant ab axe.

Propoſitio XVI. Datis axe parabolæ, ejuſque parametro, invenire diametrum, quæ habeat parametrum datam.

Propoſitio XVII. Data parametro unius diametri invenire parametrum cujuſvis alterius diametri.

Propoſitio XVIII Si ab alternis verticibus duarum parabolæ diametrorum ducantur ad eaſdem ordinatæ; dico, has ordinatas eſſe in ſubduplicata ratione ſuarum parametrorum.

De foco parabolæ.

Propoſitio XVIIII. Si a vertice axis demittatur ſubtenſa occurrens parabolæ in puncto, ex quo ducantur ad axem duæ rectæ, altera ad eundem ordinata, & altera normalis ad ſubtenſam; dico, portionem axis, ab hiſce rectis interceptam æquari lateri recto ejuſdem axis.

Pro-

Digitized by Google

Propoſitio XX. Si parabolam tangat recta quævis occurrens axi producto, & ex puncto contactus ducantur ad axem duæ rectæ, quarum altera ad eundem ſit ordinata, & altera normalis ad tangentem; dico ſubnormalem æquari dimidio lateris recti, ſeu parametri ejuſdem axis.

Propoſitio XXI. Si parabolam tangat recta quævis, occurrens axi producto, & ex puncto contactus ducatur normalis ad tangentem, ac denique dividatur bifariam ea axis portio, quæ inter tangentem, & normalem exiſtit; dico, rectam a puncto biſectionis, & parabolæ vertice interceptam æqualem eſſe quartæ parti lateris recti.

Corollarium. Hinc inventio Foci.

Propoſitio XXII. In eadem parabola ſi bifariam ſecetur ea tangentis portio, quæ inter punctum contactus, & axem exiſtit, ac deinde a puncto biſectionis excitetur normalis occurrens axi; dico, lineam a normali, & vertice parabolæ interceptam æqualem eſſe quartæ parti lateris recti, & punctum occurſus ejuſdem normalis cum axe eſſe focum.

Propoſitio XXIII. Si parabolam tangat recta quævis, demittaturque ex puncto contactus recta altera parallela axi, quæ angulum cum tangente efficiat, cui æqualis fiat alter angulus ad contactum per rectam occurrentem axi; dico, hanc determinare in eodem axe quartam partem lateris recti, & conſequenter focum: & reciproce.

Propoſitio XXIIII. Datæ parabolæ focum exhibere.

Corollaria I. Hinc omnes radii axi paralleli in ſuperficiem parabolicam, & reflexivam incurrentes, reflectuntur in focum.

Cor.

II. Corpus luminoſum poſitum in punĉto foci radios reflexos remittit ad magnam diſtantiam.

Propoſitio XXV. Si ab axis vertice ducatur tangens, quæ conveniat cum alia cujuſvis diametri tangente; recta conjungens punctum contactus cum foco æqualis eſt axis portioni, quæ inter focum, & tangentem exiſtit.

Propoſitio XXVI. Si per focum ducatur recta utrinque ad parabolam terminata; dico, hanc æqualem eſſe parametro illius diametri, quæ eandem velut ſuam ordinatam, agnoſcit.

De Directrice Parabolæ.

Lemma: In omni parabola ſi ex puncto contactus demittatur ordinata ad axem, & ex foco ad idem punctum contactus ducatur recta; Dico hanc æquari ſummæ, quæ componitur ex abſciſſa & quarta parte lateris recti.

Corollarium In omni parabola, ſi ex foco ad quodvis punctum ſumptum in perimetro, ducatur recta; Dico hanc fore æqualem portioni axis producti, quæ intercipitur ab eadem ordinata, & directrice.

Propoſitio XXVII. Datis axe, & foco, parabolam in plano deſcribere ope directricis.

De Quadratura Parabolæ.

Lemma: Si in Parabola ad quamlibet diametrum applicetur ordinata, ſitque alia quæcumque diameter terminata eadem linea: Dico, hanc illa minorem eſſe.

Pro-

Digitized by Google

Propoſitio XXVIII. Datæ parabolæ terminatæ maximum inſcribere Triangulum.

Propoſitio XXVIIII. Parabolæ terminatæ maximum triangulum inſcriptum majus eſt dimidio ejuſdem parabolæ.

Propoſitio XXX. Et quadruplum eſt triangulorum maximorum, quæ reſiduis Parabolæ ſegmentis inſcribuntur.

Propoſitio XXXI. Tota triangulorum maximorum ſeries reſiduis ſegmentis in infinitum inſcripta æqualis eſt parabolæ.

Lemma Si detur ſeries infinita quantitatum decreſcentium in ratione quadrupla; erit aggregatum omnium ad primum terminum, ut 4 ad 3.

Propoſitio XXXII. Parabola ad triangulum maximum inſcriptum eam habet proportionem, quam 4 ad 3.

Corollarium Hinc multiplex methodus eruitur, ac demonſtratur metiendi parabolam terminatam, ſemiparabolam, & ſegmentum quodvis parabolicum.

Propoſitio XXXIII. Dato ſegmento parabolico triangulum æquale conſtruere.

Corollarium Hinc patet eadem praxi ſolvi problema, quo petitur datæ parabolæ triangulum æquale exhiberi.

Propoſitio XXXIIII. Parabolæ terminatæ eam inter ſe ſortiuntur rationem, quam triangula maxima illis inſcripta.

Corollarium Hinc ſi duæ parabolæ habeant eandem, vel æqualem ſubtenſam, erunt illæ inter ſe ut altitudines: & reciproce.

Propoſitio XXXV. Triangulum mixtum concavum parabolicum duplum eſt convexi.

De

De proportionalitate rectarum, & rectangulorum in parabola.

Propoſitio XXXVI. Si in parabola diameter intelligatur diviſa ab ordinatis hac lege, ut abſciſſæ ſint continue proportionales: Dico eaſdem ordinatas eſſe in continua analogia.

Propoſitio XXXVII. Si parabolam ſecent duæ quævis diametri, junctiſque diametrorum verticibus ponatur ad diametrum alterutram ordinata occurrens reliquæ diametro, & junctæ lineæ; Dico, eandem ordinatam ſecari in partes continue proportionales.

Propoſitio XXXVIII. Iiſdem poſitis, quæ ſupra; Dico, rectangula poſita ſub ſegmentis ordinatæ eſſe æqualia.

Propoſitio XXXVIIII. In parabola ſint iterum duæ quævis diametri, & ad diametrum alterutram applicentur quidem ordinatæ, occurrentes reliquæ diametro, ſive extra parabolam, ſive intra; Dico, in utroque caſu abſciſſas eſſe inter ſe, ut correſpondentia rectangula ſub ſegmentis ordinatarum.

Lemma Si in parabola æquidiſtent rectæ quævis, & ex punctis occurſus ſingularum cum eadem parabola ducantur diametri ad rectas reliquas; Dico, harum rectarum partes, à diametris, & curva utrinque interceptas eſſe æquales.

Propoſitio XXXX. Si parabolam ſecent diametri duæ æquales, & ex earum verticibus ducantur parallelæ, occurrentes utrinque perimetro parabolæ; Dico rectangula ſub earum ſegmentis eſſe inter ſe æqualia.

Pro-

Digitized by Google

Propoſitio XXXXI. Sint in parabola duæ quævis diametri, quas ſecent quæcumque parallelæ; Dico abſciſſas eſſe inter ſe, ut correſpondentia rectangula ſub ſegmentis parallelarum.

Propoſitio XXXXII. Sint iterum in parabola duæ quævis diametri, quas ſecet recta quævis; Dico, rurſum rectangula ſub hujus ſegmentis eſſe in eadem ratione diametrorum.

Propoſitio XXXXIII. Recta quævis duas ſubtenſas parallelas utcumque ſecans efficit rectangula ſub ſegmentis ſubtenſarum, proportionalia rectangulis ſub ſegmentis ejuſdem rectæ ſecantis.

Propoſitio XXXXIIII. Parabolæ inſcriptum ſit triangulum, cujus duo latera ſecentur utcumque a duabus quibuſvis parallelis reliquo lateri; Dico, rectangula ſub ſegmentis utriuſque parallelæ, eſſe proportionalia.

Propoſitio XXXXV. Si parabolæ diametrum ſecent ordinatæ quævis, ducaturque recta, eaſdem ſecans utcumque; Dico, rectangula ſub ſegmentis triplicatam habere rationem ordinatarum.

Propoſitio XXXXVI. Si parabolæ diametrum tangat recta, quam ſecet diameter alia, ducta a puncto occurſus ordinatæ cujuſvis cum parabola, & ex quovis perimetri puncto ducatur altera ordinata, utrinque occurrens diametris, ac denique ducatur diameter, occurrens ordinatæ & tangenti; Dico, parallelogramma deſcripta eſſe continue proportionalia.

Digitized by Google

De parabolæ ſegmentis, & figuris maximis, eidem inſcriptis.

Lemma Si duas parallelas in parabola jungant duæ rectæ, & ſegmento alterutro inſcribatur triangulum maximum, a cujus vertice ducatur altera parallela; Dico, hanc determinare ſimiliter verticem trianguli maximi, quod ſegmento reliquo inſcribi poteſt: & reciproce.

Propoſitio XXXXVII. Auferre ſegmentum parabolæ, dato æquale.

Propoſitio XXXXVIII. Ex dato in perimetro parabolæ puncto rectam ducere, quæ ſegmentum auferat æquale dato.

Propoſitio XXXXVIIII. Datis duabus parabolis, & utriuſque axibus, & perametro, datoque unius ſegmento, auferre ex altera ſegmentum, quod ad datum ſegmentum ſit in data ratione parametrorum.

Propoſitio L. Segmentum parabolæ conſtruere, æquale ſegmento dato alterius.

Propoſitio LI. Ab eadem parabola auferre tria ſegmenta æqualia.

Propoſitio LII. A parabola auferre ſegmenta, quæ ſint in triplicata ratione ſubtenſarum.

Propoſitio LIII. A parabola auferre ſegmenta continue proportionalia.

Proportio LIIII. Datæ parabolæ terminatæ maximum inſcribere parallelogrammum.

Propoſitio LV. Datæ parabolæ terminatæ polygonum regulare inſcribere, quod dato laterum numero conſtet, puta quatuor.

Pro-

Digitized by Google

Propoſitio LVI. Iisdem poſitis, dico, quadrilaterum illud eſſe maximum illorum, quæ parabolæ terminatæ inſcribi poſſunt.

Corollarium I. Quæ de quadrilatero regulari diximus, eadem de quotvis laterum polygono regulari intelligenda ſunt.

Corollarium II. Atque hinc, ut datæ parabolæ terminatæ polygonum inſcribatur maximum eorum, quæ dato numero laterum inſcribi poſſunt; ſatis erit polygonum regulare inſcribere.

Deſcriptiones variæ, & Geneſes Parabolæ.

Propoſitio LVII. Dato parametro exhibere illius parabolam.

Propoſitio LVIII. A vertice dati anguli, intra ejuſdem latera parabolam deſcribere.

Propoſitio LVIIII. Datis recta linea pro diametro futuræ parabolæ, ejuſque vertice, & angulo, quem applicatæ efficere debeant, & parametro; parabolam per plura puncta deſcribere.

Propoſitio LX. Circa datam parallelogrammi diametrum, parabolam deſcribere, cujus vertex ſit in dato angulo.

Propoſitio LXI. Dato vertice parabolæ, ejuſque parametro parabolam deſcribere.

Propoſitio LXII. Data recta linea pro axe futuræ parabolæ, dataque parametro, parabolam deſcribere.

Corollarium I. Parabolam continuare, & in infinitum producere.

Digitized by Google

Corollarium II. Determinare puncta, quæ pertinent ad parabolam.

Propoſitio LXIII. Circa propoſitum triangulum parabolam deſcribere, quæ a dato vertice tranſeat per datum punctum.

Propoſitio LXIIII. Circa datam parabolam alias in infinitum, diverſa ratione deſcribere.

Propoſitio LXV. Datis rectis ſe mutuo decuſſantibus, invenire parabolam, cujus diameter ſit data.

Propoſitio LXVI. Datis tribus punctis non in directum poſitis, & recta, quæ per aliquod ex datis punctis tranſeat, parabolam deſcribere per eadem puncta, cujus aliqua diameter ſit data recta.

De Parabolis ſimilibus, parallelis, æqualibus, aſymptoticis, & ſuperiorum generum.

Propoſitio LXVII. Data parabola, ſuper data pariter baſi quacumque deſcribere parabolam alteram, datæ ſimilem.

Corollarium I. Omnes parabolæ ſunt inter ſe ſimiles.

Corollarium II. Si in parabola inſcripta fuerit figura quævis rectilinea, etiam in altera ſimili parabola inſcribi ſemper poterit figura ſimilis.

Corollarium III. Similia quoque ſunt duo parabolarum ſegmenta, quorum baſes ſint proportionales ſuis diametris interceptis.

Corollarium IIII. Parabolæ ſimiles ſunt inter ſe, uti quadrata ſuarum baſium, ſeu altitudinum, ſeu parametrorum, ſeu laterum homologorum figurarum, quæ ipſis parabolis ſunt inſcriptæ.

Pro-

Propoſitio LXVIII. Data parabola, ſuper æqualem baſem conſtruere parabolam alteram, quæ ſit in data ratione.

Corollarium Hinc parabolæ, quæ baſes æquales habent, ſunt inter ſe, uti earum altitudines; & reciproce: illæ vero, quarum baſes, & altitudines ſunt inæquales, habent inter ſe rationem compoſitam baſium, & altitudinum; Denique illæ, quæ quamvis habeant baſes, & altitudines inæquales, nihilo tamen minus ſunt æquales; baſes habent in ratione reciproca altitudinum.

Propoſitio LXVIIII. Super data baſi parabolam conſtruere, quæ ſit ad datam parabolam in data ratione.

Propoſitio LXX. In data parabola ſi demittantur æquales diametri; dico, puncta extrema harum diametrorum eſſe ad parabolam alteram, datæ æqualem.

Propoſitio LXXI. Iisdem poſitis, dico parabolas illas, nuſquam concurrere.

Propoſitio LXXII. In data parabola applicetur ad axem ordinata, cui parallelæ quævis ducantur, ab eadem parabola terminatæ, quæ ita ſecentur, ut rectangula ſub ſegmentis æqualia ſint quadrato ejuſdem ordinatæ; Dico, puncta ſectionum eſſe ad parabolam, datæ æqualem.

Propoſitio LXXIII. Iiſdem poſitis, Dico, parabolas illas, in infinitum productas, magis ſemper in infinitum accedere, nuſquam tamen concurrere.

Propoſitio LXXIIII. Datæ parabolæ parallelam, ſeu aſymptoticam deſcribere.

Propoſitio LXXV. Deſcribere parabolam ſecundi gene-

generis, tertii, &c.

Propoſitio LXXVI. Invenire parametrum parabolarum ſecundi generis, tertii &c.

DE ELLIPSI.

Definitio Quid ſit ellipſis, quidque interſit circulum inter & ellipſim.

Corollaria I. Hinc in ellipſi axis unus altero major.

II. & III. In omni Ellipſi ordinatim applicatæ ad axem habent eamdem rationem ad ordinatim applicatas ad diametrum circuli, circa eumdem axem deſcripti, ſibi reſpondentes.

IIII. Tota ellipſis ad circulum deſcriptum circa majorem axem, vel circa minorem, eſt, in primo caſu, ut minor axis ad majorem, in ſecundo, ut major axis ad minorem.

V. Ordinatæ æqualiter diſſitæ a verticibus axis, ſunt æquales.

Propoſitio I. Super data quavis recta, tanquam axe, ellipſim per plura puncta deſcribere.

Propoſitio II. Super Datis duabus rectis inæqualibus, tanquam axibus, ellipſim per plura puncta deſcribere.

De utroque axe ellipſeos.

Propoſitio III. Quadratum cujuslibet ordinatæ ad majorem axem ſe habet ad rectangulum reſpectivum ſub ſegmentis axis, uti quadratum minoris axis

Digitized by Google

axis ad quadratum majoris.

Propoſitio IIII. Quadratum cujuslibet ordinatæ ad majorem axem ſe habet ad rectangulum reſpectivum ſub ſegmentis axis, ut parameter majoris axis ad eumdem axem.

Propoſitio V. Quadratum ordinatæ ad majorem axem minus eſt rectangulo contento ſub abſciſſa, & parametro ejuſdem axis.

Propoſitio VI. Quadratum ſemiſſeos minoris axis æquatur rectangulo partium inæqualium majoris axis, ſecti ab alterutro focorum.

Propoſitio VII. Quadratum cujuslibet ordinatæ ad minorem axem ſe habet ad rectangulum ſub ſegmentis, uti quadratum majoris axis ad quadratum minoris.

Corollaria Ex hoc Theoremate deducitur I. Quadrata ordinatarum ad minorem axem, eſſe inter ſe, uti rectangula ſub ſegmentis; & utrique axi conjugato eandem primariam proprietatem convenire.

II. Si intra ellipſim recta parallela uni axi, ſecet alterum axem in quovis puncto; hanc occurrere ellipſi in duobus punctis, æque utrinque ſemper diſtantibus a puncto ſectionis axis.

III. Omnem ordinatam axi, quo magis a centro diſtat, eo magis decreſcere, donec evaneſcat in vertice axis.

IIII. Ordinatas, æqualiter a centro diſſitas, eſſe æquales. Hinc, ſi quævis recta terminata ab ellipſi ſecta ſit bifariam ab uno axe, eadem parallela erit alteri axi.

V. Ellipſim ab alterutro axe bifariam dividi, & qua-

Digitized by Google

& quadriſariam ab axibus conjugatis.

De Focis Ellipſeos.

Propoſitio VIII. Ex dato in ellipſis perimetro puncto tangentem ducere.

Propoſitio VIIII. In utroque axe, utrinque producto ad occurſum tangentis, continue proportionales ſunt diſtantia ordinatæ a centro, Semiaxis, & diſtantia tangentis ab eodem centro.

Corollarium Si a puncto contactus ducatur ordinata ad alterutrum axem; erit quadrato ſemiaxis æquale rectangulum ſub diſtantia ordinatæ a centro, & ſub ſemiaxe producto ad occurſum tangentis.

Propoſitio X. In axe majore producto ad occurſum tangentis, ſi a puncto contactus ducatur ad eumdem ordinata; Dico ſegmentum majus ejuſdem axis eſſe ad ſegmentum minus, ut axis productus, ad portionem, quæ producitur.

Monitum. Apollonii methodus in focis inveniendis. Quid ſit figura, & quarta pars ejuſdem, in ſenſu Apollonii, & Veterum. Recentiorum methodus in determinandis focis.

Propoſitio XI. Si ſuper axe majore, tanquam diametro, deſcribatur circulus, & per extremitatem minoris axis ducatur tangens, quæ circulo occurrat in puncto, a quo demittatur perpendicularis in axem majorem; rectangulum ſub hujus ſegmentis æquale erit quartæ parti figuræ; atque hinc inventio foci.

Propoſitio XII. Rectangulum ſub duabus tangen-

gentibus , ab utraque extremitate axis ductis , & ab altera quavis tangente interceptis , æquatur rectangulo ſub ordinata a puncto contactus ejuſdem, & ſub ſemiaxe conjugato , ad eamdem tangentem producto.

Corollarium . Rectangulum ſub duabus tangentibus , ab utraque extremitate axis ductis , æquatur quadrato dimidii axis minoris , ſeu quartæ parti figuræ .

Propoſitio XIII. Si ab extremitatibus axis ducantur duæ tangentes , & ab alio quovis puncto tangens altera utrinque conveniat cum duabus reliquis , tum ex focis ducantur rectæ ad puncta occurſuum; anguli in utroque foco erunt recti .

Propoſitio XIIII. Iiſdem ſtantibus , ſi ex puncto interſectionis harum rectarum ad contactum ducatur recta ; hæc erit tangenti normalis.

Propoſitio XV. Iiſdem ſtantibus , ſi a focis ad contactum ducantur rectæ ; hæ cum tangente æquales angulos comprehendent .

Corollarium . Si corpus luminoſum ſtatuatur in uno foco ſpeculi elliptici ; reflexio fiet in alterum focum.

Propoſitio XVI. Si ex focis ellipſeos inflectantur duæ rectæ , convenientes in quodam puncto perimetri ; hæ ſimul ſumptæ æquantur axi majori.

Corollaria I. Hinc Vulgaris methodus deſcribendæ ellipſis per motum continuum.

II. Si duo foci ita mutuo accedant , ut coaleſcant in ipſo centro; ellipſis deſinet in circulum.

III. In ellipſi triangulorum iſoperimetrorum maximum eſt iſoſceles .

Digitized by Google

IIII. Aliter tangentem ducere ex dato quovis punčto in ellipſis perimetro.

V. Atque hinc rurſum oſtenditur æqualitas angulorum incidentiæ, & reflexionis.

De Diametris Ellipſis.

Propoſitio XVII. Datis axe majore, & diametro & utriuſque tangentibus, quæ ſe ſe invicem ſecent, & terminentur, altera ab axe, altera a diametro, ulterius producťis; Dico, triangulum factum a duabus tangentibus, & axe, æquari triangulo facto a duabus tangentibus, & diametro.

Corollaria Hinc I. aliæ triangulorum, & trapeziorum æqualitates deducuntur.

II. Quæcumque diameter bifariam ſecatur a centro ellipſeos.

Propoſitio XVIII. Stante eadem conſtructione, ſi a quovis puncto ſumpto in perimetro ellipſeos, ducantur parallelæ tangentibus; Dico, triangulum factum ab hiſce parallelis, & axe, æquari quadrilatero facto a tangente ejuſdem axis, eique parallela, intercepta ab axe, & diametro.

Propoſitio XVIIII. Stantibus iiſdem, ut ſupra, nimirum axe, diametro, tangentibus, & parallelis; Dico, triangulum factum a duabus parallelis, & diametro, æquari quadrilatero facto a tangente hujus diametri, ejuſque parallela, intercepta ab axe, & diametro.

Corollarium Omnis recta linea, quæ intra ellipſim ducitur, parallela tangenti cujuſvis diametri, bifariam ſecatur ab eadem diametro, cui proinde ordinata eſt.

Pro-

Digitized by Google

Propoſitio XX. Quadratum ordinatim applicatæ ad diametrum quamlibet, eſt ad rectangulum ſub ſegmentis; uti quadratum alterius conjugatæ eſt ad quadratum primæ diametri.

Corollaria. I. In ellipſi quadrata applicatarum ad quamcumque diametrum ſunt inter ſe, uti rectangula ſub ſegmentis diametri.

II. Diameter ellipſis eſt recta quælibet per centrum ducta, & utrinque ad ellipſim terminata.

III. Præter eas rectas, quæ tranſeunt per centrum, nulla alia recta linea poteſt eſſe ellipſis diameter.

IIII. Omnia, quæ ex primaria ellipſeos proprietate, reſpectu axium, deducuntur Theoremata, traduci etiam poſſunt ad duas quaſcumque diametros conjugatas.

V. Hinc pariter ſequitur I. Quodlibet perimetri punctum, alicujus diametri verticem eſſe;

II. Quamlibet rectam, per aliquod intra ellipſim punctum ductam, alicui diametro ordinatim applicatam eſſe;

III. Diametrum unam non poſſe parallelam eſſe ordinatis alterius conjugatæ, niſi & iſta viciſſim ſit parallela ordinatis illius.

Propoſitio XXI. Si diameter aliqua biſecet ſubtenſam ductam a vertice diametri alterius, ad quam demittatur ordinata ab alterno vertice, eique parallela per punctum biſectionis; erunt in proportione continua ſemidiameter, diſtantia ordinatæ a centro, & diſtantia parallelæ ab eodem centro.

Propoſitio XXII. Ordinatæ, quæ ad duas quaſ-

Digitized by Google

cumque diametros ab alternis earum verticibus ducuntur, dividunt ipſas diametros in eadem ratione.

De mutua Diametrorum Ellipſeos inter ſe, & cum Axibus comparatione.

Propoſitio XXIII. Si ſuper axe minore, tanquam diametro, deſcribatur circulus; ellipſis tota erit extra hunc circulum, quem tanget in extremitatibus ejuſdem axis.

Corollarium. Si circa utrumque axem deſcribantur duo circuli; ellipſis tota erit inter duas circumferentias.

Propoſitio XXIIII. Iiſdem ſtantibus, ſi a centro ellipſis deſcribantur aliæ circulorum circumferentiæ concentricæ, quæ tranſeant per differentiam duorum axium; Dico, quamlibet circumferentiam ſecare ellipſim in quatuor punctis, utrinque æque diſſitis ab extremitatibus duorum axium.

Corollaria. I. Intra quadrantem ellipſis diametri omnes ſunt inæquales.

II. Diameter omnium minima eſt axis minor; maxima eſt axis major.

III. Reliquæ eo majores ſunt axe minore, quo magis ab eodem recedunt.

IIII. Diametri, æqualiter ab axibus remotæ, ſunt æquales.

Propoſitio XXV. Si a verticibus unius conjugationis diametrorum ducantur ordinatæ ad duas diametros alterius conjugationis; quadratum cujuslibet ordinatæ erit æquale rectangulo ſub ſegmentis alterius conjugatæ.

Pro-

Digitized by Google

Propoſitio XXVI. Axium quadrata ſimul ſumpta æqualia ſunt quadratis cujuſcumque conjugationis diametrorum ſimul ſumptis.

Propoſitio XXVII. Iiſdem ſtantibus, dum diametri minuuntur in receſſu ab axe majore, viciſſim conjugatæ ipſarum augentur.

Corollaria. I. Axis major ad minorem habet majorem rationem, quam diameter quævis alia ad ſuam conjugatam.

II. Diameter quælibet, axi majori propinquior, majorem habet rationem ad ſuam conjugatam, quam diameter altera, ab eodem illo axe remotior, ad ſuam conjugatam.

Propoſitio XXVIII. Iiſdem manentibus, ex duabus quibuſvis diametris ellipſis, illa, quæ minor eſt majorem parametrum habet.

Coroll. I. Parameter axis majoris eſt omnium minima, parameter minoris axis omnium maxima.

II. In receſſu diametrorum ab axe majore parametri augentur.

III. Parameter minor eſt diametro, ad quam refertur, ab axe majore uſque ad eum locum, in quo parameter æquat diametrum ſuam; eſt vero major, ab eo loco uſque ad axem minorem.

Propoſitio XXVIIII. Data ellipſi, invenire ſuos axes, ſuos focos, & parametros axium.

Propoſitio XXX. Si rectæ ſibi mutuo occurrentes, ſint binæ diametri; erit rectangulum ſub ſegmentis unius, ad rectangulum ſub ſegmentis alterius, in duplicata ratione ipſarum diametrorum.

Propoſitio XXXI. Si ex rectis, ſibi mutuo occurrentibus, una quidem ſit diameter, & altera ſit

ejus

Digitized by Google

ejus ordinata ; rectangulum ſub ſegmentis prioris rectæ, ad rectangulum ſub ſegmentis alterius, erit in duplicata ratione ejus, quam habet diameter ad ſuam conjugatam.

De ſectoribus & ſegmentis ellipſeos.

Lemma. Si duas parallelas in ellipſi jungant duæ rectæ, quas ſecet alia parallela; hujus ſagittæ æquales erunt.

Propoſitio XXXII. In omni ſegmento maximum triangulum habet verticem in diametro dividente bifariam baſim illius. Et tam ſegmentum, quam triangulum biſariam ab eadem diametro dividitur.

Propoſitio XXXIII. In ellipſi lineæ conjungentes parallelas abſcindunt ſegmenta æqualia. Et viciſſim.

Propoſitio XXXIIII. Recta linea ſectores æquales hinc inde a diametro ſumptos, conjungens, eſt tangenti parallela.

Propoſitio XXXV. Ex dato puncto rectam ducere, quæ auferat ſegmentum æquale dato.

Propoſitio XXXVI. Diametri duæ conjugatæ ellipſim quadrifariam dividunt. Et reciproce.

Propoſitio XXXVII. Sectores ad verticem oppoſiti ſunt æquales.

De Ellipſibus ſimilibus, earumque ſegmentis.

Propoſitio XXXVIII. Super data recta ellipſim deſcribere, ſimilem alteri datæ.

Corollarium. Si minores axes ſint proportionales majoribus, ellipſes erunt ſimiles.

Propoſitio XXXVIIII. Si duæ diametri ſecentur pro-

proportionaliter; ordinatæ, per puncta ſectionum ductæ, abſcindent ſegmenta proportionalia.

Propoſitio XXXX. Si duorum ſegmentorum proportionalium baſes fuerint æquales; ſegmenta erunt inter ſe, uti eorum altitudines.

Corollaria I. Si duorum proportionalium ſegmentorum altitudines ſint æquales; ſegmenta hæc erunt inter ſe, uti baſes.

II. Et, ſi altitudines ſint baſibus reciprocæ; ſegmenta erunt æqualia.

De Menſura Ellipſeos.

Propoſitio XXXXI. Ellipſim metiri.

Corollaria I. Ellipſis eſt media proportionalis inter duos circulos, ſuper ejuſdem axibus deſcriptos.

II. Ellipſim metiri, ope circuli inſcripti.

Propoſitio XXXXII. Metiri ſegmentum ellipſeos.

Propoſitio XXXXIII. Metiri ſectorem ellipſeos.

DE HYPERBOLA.

De axibus conjugatis.

Propoſitio I. Datis duabus rectis, hyperbolam deſcribere.

Propoſitio II. Quadratum ſemiſſeos ſecundi axis, æquatur rectangulo ſub abſciſſa, & linea compoſita ex primo axe, & eadem abſciſſa.

Propoſitio III. Determinare ordinatam æqualem ſemiſſi ſecundi axis.

Propoſitio IIII. Quadratum ordinatæ ad axem primum majus eſt rectangulo parametri ejuſdem axis, in abſciſſam.

De

Digitized by Google

Propoſitio V. Omnis recta per centrum ducta, quæ uni hyperbolarum oppoſitarum occurrit, debet etiam cum altera convenire; & utrinque ad hyperbolas oppoſitas terminata, biſariam in eodem centro dividitur.

Propoſitio VI. Si recta per centrum ducta, & utrinque ad hyperbolas oppoſitas terminata biſecet ſubtenſam pertinentem ad verticem axis, demiſſaque ad eundem axem ordinata, huic per punctum biſectionis parallela ducatur; continue proportionales erunt inter ſe ſemiaxis, diſtantia ordinatæ a centro, & diſtantia parallelæ ab eodem centro.

Propoſitio VII. Si recta ducta per centrum, & ad hyperbolas oppoſitas terminata, & ulterius producta biſecet ſubtenſam ductam a vertice axis; Dico quadrata ordinatarum eſſe inter ſe, uti rectangula correſpondentia.

Propoſitio VIII. Omnis recta, quæ intra unam hyperbolam ducitur, parallela ſubtenſæ, ductæ a vertice axis, utrinque ad eandem hyperbolam terminatur.

Corollaria I. Hinc omnis recta ducta per centrum, & utrinque ad hyperbolas oppoſitas terminata, eſt diameter ipſarum.

II. Hinc omnes illæ proprietates, quæ hyperbolæ competunt reſpectu axis, ex eodem Theoremate traducuntur ad aliam quamvis diametrum ejuſdem hyperbolæ.

III. Hinc Theorema illud fundamentale, quod

de-

Digitized by Google

demonſtratum eſt reſpectu axis, ſimili ratione demonſtratur de quavis alia diametro.

Propoſitio VIIII. Quælibet diameter non alias rectas, utrinque ad unam hyperbolam terminatas dividit bifariam, quàm, quæ ordinatim ad ipſam diametrum applicantur.

Corollaria I. Si diameter bifariam ſecet rectam aliquam, utrinque terminatam ad unam hyperbolarum; hæc erit diameter illius ordinatæ.

II. Si recta aliqua biſecet duas parallelas, quarum quælibet utrinque ad unam hyperbolarum ſit terminata; hæc erit diameter hyperbolæ; atque tranſibit per ejus centrum.

III. Cujuslibet datæ hyperbolæ ſive centrum, ſive diametrum aliquam reperire.

Propoſitio X. In omni hyperbola exiſtit diameter, quæ rectos cum ſuis ordinatis angulos conſtituit, ac proinde eſt axis.

Corollarium. Itaque circulus ſuper axe tamquam diametro deſcriptus, medius cadit inter utramque hyperbolam; nec ulli ipſarum poteſt occurrere.

De Conjugatis diametris.

Propoſitio XI. Recta per centrum ducta, & parallela ordinatis alicujus diametri, bifariam ſecat diametro parallelas, & ad utramque hyperbolam terminatas.

Propoſitio XII. Eadem recta vices diametri conjugatæ ſubibit, ſi limites, ſeu vertices eidem præſcribantur ea lege, ut biſecta in ipſo centro media evadat proportionalis inter diametrum, ad

Digitized by Google

quam refertur, & ejus parametrum.

Propoſitio XIII. Quadratum cujuslibet ordinatæ ad conjugatam diametrum, eſt ad ſummam quadratorum abſciſſæ a centro, & ſemidiametri, uti quadratum alterius diametri ad quadratum ejuſdem conjugatæ.

Propoſitio XIIII. Ordinatæ, quæ ad duas quaſcumque diametros ab alternis earum verticibus ducuntur dividunt ipſas diametros in eadem ratione.

De Aſymptotis hyperbolæ.

Propoſitio XV. Aſymptoti in infinitum productæ hyperbolæ nunquam occurrunt.

Propoſitio XVI. Aſymptoti continuo ad hyperbolam accedunt.

Propoſitio XVII. Si per aliquod hyperbolæ punctum ducatur recta parallela alterutro axi, quæ cum utraque aſymptoto conveniat; Dico, rectangulum ſub ejus ſegmentis æquale eſſe quadrato ſemiſſeos axis paralleli.

Corollaria I. Recta, quæ conjungit extremitates utriuſque axis biſariam dividitur ab aſymptoto.

II. Quadratum dimidii illius rectæ, quæ conjungit extremitates axium, æquale eſt quartæ parti quadratorum utriuſque ſemiaxis.

III. Hinc æquantur inter ſe rectangula omnia, facta a parallelis uni ex axibus, quæ ad utramque aſymptotum terminentur.

Propoſitio XVIII. Si ordinata ad axem utrinque producatur ad aſymptotos; partes interceptæ ab iiſdem aſymptotis, & curva erunt æquales.

Pro-

Propoſitio XVIIII. Si intra aſymptotos ducantur duæ, vel plures rectæ, inter ſe parallelæ, quæ hyperbolam, aut hyperbolas oppoſitas ſecent; rectangula ſub ſegmentis erunt æqualia.

Propoſitio XX. Rectangula omnia ſub duabus parallelis, quæ ab eodem puncto perimetri curvæ ad utramque aſymptotum ducuntur, ſunt æqualia.

Corollarium. Hinc eadem rectangula ſunt ſingula æqualia quadrato potentiæ hyperbolæ.

Propoſitio XXI. Si per quodvis punctum ducatur tangens, quæ ad aſymptotos terminetur; hæc biſariam ſecabitur in eodem puncto.

Corollaria I. Er reciproce.

II. Iiſdem poſitis rectangula ſub ſegmentis ſunt ſingula æqualia quadrato ſemiſſeos tangentis.

III. Tangens ad utramque aſymptotum terminata æquatur conjugatæ illius diametri, quæ tranſit per punctum contactus.

IIII. Hinc aſymptoti hyperbolæ determinari poſſunt adhibitis non ſolum axibus, verum etiam duabus quibusvis aliis diametris conjugatis.

Propoſitio XXII. Angulus contentus ſub aſymptotis, eſt rectus, vel obtuſus, vel acutus; prout axis fuerit æqualis, vel minor, vel major axe ſuo conjugato.

Corollaria I. Hinc in Hyperbola æquilatera angulus factus ab aſymptotis eſt rectus.

II. In hyperbola æquilatera quadratum ordinatæ æquatur rectangulo ſub ſagitta, & linea compoſita ex ſagitta, & axe.

Propoſitio XXIII. Datis hyperbolæ aſymptotis, tangentem ducere ad datum punctum.

Digitized by Google

Propoſitio XXIIII. Aſymptoti duarum hyperbolarum oppoſitarum ſunt pariter aſymptoti duarum reliquarum, quæ vocantur conjugatæ.

Propoſitio XXV. Si ex quovis puncto unius ex duabus primis hyperbolis ducatur ad conjugatam proximam recta, quæ ſit parallela uni aſymptotorum; Dico eandem bifariam dividi ab altera aſymptoto.

Corollarium. Hinc hyperbolæ conjugatæ tranſeunt per extremitates ſecundarum diametrorum ex conjugatis duarum reliquarum, & viciſſim.

De mutua Diametrorum Hyperbolæ inter ſe comparatione.

Propoſitio XXVI. Omnium hyperbolæ diametrorum minima eſt ea, quæ cum ſuis ordinatis rectos angulos conſtituit, & proinde axis vocatur.

Propoſitio XXVII. Omnium aliarum diametrorum minor eſt illa, quæ minus diſtat ab axe.

Propoſitio XXVIII. Quadrata diametrorum conjugatarum ſunt inter ſe, ut rectangula ſub abſciſſa, & compoſita ex abſciſſa, & diametro.

Propoſitio XXVIIII. Manente eadem conſtructione, quadratum ordinatæ ad unam diametrum æquatur rectangulo ſub alterius ordinatæ abſciſſa, & linea compoſita ex eadem abſciſſa, & diametro conjugata.

Propoſitio XXX. Diameter quævis æqualis eſt, vel major, vel minor conjugata ipſius diametro; pro ut axis eſt æqualis, vel major, vel minor conjugato ipſius axe.

Propoſitio XXXI. Locus Geometricus diametrorum

Digitized by Google

rum omnium hyperbolæ exhiberi poteſt per datæ alicujus rectæ portionem.

Propoſitio XXXII. Differentia quadratorum ex axibus conjugatis æqualis eſt differentiæ quadratorum ex aliis quibuſvis binis diametris conjugatis.

Propoſitio XXXIII. Differentia axium major eſt differentia diametrorum.

Corollarium Hinc differentia inter binas Hyperbolæ diametros conjugatas eo minor evadit, quo magis ipſæ diametri ab axibus removentur.

De Parametris diametrorum hyperbolæ inter ſe mutuo comparatis.

Propoſitio XXXIIII. Duæ quævis diametri conjugatæ ſunt continue proportionales cum ſuis parametris, ubi inverſo ordine inter eas collocentur.

Corollarium Similiter decernitur ratio quarumvis parametrorum inter ſe, quæ ad ſuas diametros conjugatas referuntur; atque eadem Theoria traducitur ad parametros, quæ ad diametros quaslibet non conjugatas pertineant.

Propoſitio XXXV. In hyperbola differentia inter quadratum alicujus diametri, & ejus figuram, ut vocant, eſt ſemper eadem; quocumque in loco capiatur diameter.

Propoſitio XXXVI. Ex binis diametris ad eaſdem hyperbolas terminatis, illa, quæ major eſt, majorem parametrum habet.

Corollarium. Omnium parametrorum minima eſt illa, quæ refertur ad axem.

Monitum. Hæc proprietas vera tantummodo eſt in

BIBLIOTECA … VITTORIO E…

Digitized by Google

in iis diametris, quæ majores ſunt ſuis parametris; ſin autem minores fuerint, res longe aliter ſe habet; & duo caſus diſtinguntur, ac demonſtrantur.

Propoſitio XXXVII. Definiuntur parametri diametrorum.

Propoſitio XXXVIII. In data hyperbola invenire duos axes, ejuſque focum & parametros axium, & aſymptotos.

Propoſitio XXXVIIII. Super axe primo dato deſcribere hyperbolam datæ ſimilem.

Corollarium Itaque hyperbolæ non ſunt omnes inter ſe ſimiles.

Propoſitio XXXX. Hyperbolam metiri.

Digitized by Google